

8. ЗАКОН УКРАЇНИ «Про наукову і науково-технічну діяльність» (Відомості Верховної Ради (ВВР), 2016, № 3, ст.25)

9. **Кіяновський М.В.** Аналіз призначення рівня режимів різання за виробничими критеріями / Кіяновський М.В., Цивінда Н.І., Лаухіна Л.І., Чернявська О.В., Зуєв І.О. // Вісник Криворізького національного університету : зб. наук. праць. Кривий Ріг. - 2021. - Вип. 52. - С.54–58.

10. **Нечаєв В.П.** Вплив параметрів процесу плазмово-механічної обробки на якість поверхневого шару деталей / Нечаєв В.П., Рязанцев А.О., Чернявська О.В., Лаухіна Л.І., Лавриненко Д.О. // Вісник Криворізького національного університету : зб. наук. праць. - Кривий Ріг. - 2019. - Вип. 49. - С.105–112.

11. **Нечаєв В.П.** Вплив силового і теплового навантаження зуба фрези на стійкість леза при плазмово-механічному фрезеруванні деталей / Нечаєв В.П., Рязанцев А.О., Солодун О.О. // Вісник Криворізького національного університету : зб. наук. праць. - Кривий Ріг. - 2018. - Вип. 47. - С.149–153.

12. **Цивінда Н.І.** Аналіз вибору інструментального матеріалу для обробки важкооброблюємих матеріалів гірничого машинобудування/ Цивінда Н.І. // Вісник Криворізького національного університету : зб. наук. праць. - Кривий Ріг. - 2019. - Вип. 24. - С. 70-73

13. **Кіяновський М.В.** Вибір математичних моделей для ідентифікації та локалізації дефектів об'єктів експлуатації / Кіяновський М.В., Кіяновська Н.М. // Вісник Криворізького національного університету : зб. наук. праць. - Кривий Ріг. - 2022. - Вип. 55. - С. 82-88

Рукопис подано до редакції 27.02.24

УДК 330.44

Т.М. КОВАЛЬЧУК, канд. техн. наук, доц., Криворізький національний університет,  
В.А. КОВАЛЬЧУК, д-р техн. наук, проф., Академія гірничих наук України

## ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ КЛАСИЧНИХ МЕТОДІВ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

**Мета.** Основою підготовки здобувачів з такої фундаментальної дисципліни, як вища математика, є формування теоретичних і практичних навичок, що дозволяють знаходити оптимальні рішення завдань економічного спрямування. Тому, в залежності від складності поставленої задачі, пошук найбільш універсальних підходів з чіткими алгоритмами їх вирішення є основним напрямком її реалізації, що є метою даної статті.

**Методи дослідження.** Методи пізнання, які використано у статті, характеризуються їх наступністю і поєднані загальною багаторівневою методологією. Вони включають як загальнонаукові, так і спеціальні методи наук у рамках більш узагальнених філософських методів. Це дозволило узагальнити досвід наукових досліджень в цій галузі, проаналізувати та виокремити нагальні проблемні питання і сформулювати загальні висновки. У статті зокрема використано кореляційно-регресійні методи при наповненні економіко-математичних моделей з їх подальшим використанням у практиці реального виробництва.

**Наукова новизна** досліджень полягає у розширенні уявлень щодо побудови та процесу реалізації економіко-математичних моделей не тільки на основі математичного програмування, але й з використанням класичних математичних методів оптимізації, формуванні системи універсальних науково-методичних підходів до вирішення оптимізаційних задач економічного характеру.

**Практична значимість** результатів дослідження полягає у формуванні компетентностей з підготовки майбутніх фахівців у сфері економіки, їх усвідомленому виборі не тільки методів знаходження оптимальних рішень при економіко-математичному моделюванні економічних і виробничих процесів, але й в урахуванні специфіки наповнення таких моделей реальним змістом в залежності від поставленої задачі. Важливим є застосування набутих знань при вирішенні конкретних задач виробництва різних суб'єктів господарювання.

**Результати.** Основні одержані результати дослідження дозволяють засвоїти науково-методичні підходи до формування уявлень про побудову економіко-математичних моделей, їх взаємозв'язку з реальними задачами виробництва та, в цілому, покращити якість засвоєння інтегральної компетентності.

**Ключові слова:** економіко-математичне моделювання, математичні методи, оптимізація, виробничий процес, реалізація

doi: 10.31721/2306-5451-2024-1-58-15-22

**Проблема та її зв'язок з науковими та практичними завданнями.** Комплексний підхід здобувачів вищої освіти до вивчення основних розділів вищої математики базується на розумінні важливості їх практичного застосування як при засвоєнні фахових дисциплін, що у майбутньому будуть визначати якість підготовки і рівень їх кваліфікації як фахівців у сфері економіки, надає можливість їх подальшого кар'єрного зростання, що неможливе без уміння не тільки

ки ставити задачі економічного спрямування, але й знаходити напрямки їх оптимального вирішення і є головним при прийнятті найкращих управлінських рішень.

Зазвичай, при виконанні бакалаврських і магістерських кваліфікаційних робіт, що передбачають пошук оптимальних рішень щодо конкретного суб'єкта господарювання, велика увага приділяється основним методам математичного програмування. Якщо задачі лінійного програмування мають чіткі алгоритми їх вирішення (графічний метод, симплексний метод, транспортна задача, задачі цілочислового програмування тощо) [1, с. 47; 2, с. 354], то задачі нелінійного програмування таких універсальних алгоритмів, як правило, не мають. Тобто для кожної окремої задачі необхідно враховувати особливості формалізованої економіко-математичної моделі (задачі дробово-лінійного програмування, графічний метод при лінійній або нелінійній цільовій функції та системі обмежень тощо) [1, с. 186; 2, с. 468]. Невизначеність такого характеру відсутня при реалізації оптимізаційних задач класичними методами, що є предметом вивчення вищої математики, і які мають розроблені чіткі алгоритми їх вирішення в залежності від складності поставленої задачі (функція однієї або багатьох змінних) і визначають актуальність задачі.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Економіко-математичним моделюванням займаються фахівці у різних сферах діяльності, у тому числі й економічній, праці яких присвячені теоретичним аспектам моделювання та їх практикою застосування.

Зокрема Н.В. Якименко-Терещенко і І.М. Клімович [3, с. 1] припускають при процесі моделювання «спрощення реальної життєвої ситуації, процесу або об'єкта, і їхню заміну деяким спрощеним об'єктом - моделлю», що є розпливчастим формулюванням, і підкреслюють важливість такого підходу при прийнятті керівництвом економічних та управлінських рішень. Автори вводять основні типи моделей (фізична, аналогова, математична) та основні етапи їх побудови. Вони підкреслюють, що «модель не можна вважати ефективною, якщо нею не користуються на практиці». Наведена класифікація [3, с. 3] ґрунтується на умовах визначеності і невизначеності ризиків та на імітаційні і прогностичні моделі та відповідні для кожного виду моделей методи їх реалізації, при цьому конкретних алгоритмів реалізації цих методів не наведено. Як приклад реалізації оптимізації виробничого прибутку підприємства наведено застосування прикладних комп'ютерних програм. Науковці [5, с. 67] бачать сутність процесу моделювання у тому, щоб «узгоджувати якомога більшу лаконічність у її економіко-математичному описі з достатньою точністю модельованого відтворення тих сторін аналізованої економічної реальності, які ... цікавлять дослідника згідно із цілями і гіпотезами».

О.А. Бондар [4, с. 67] більш точно конкретизує властивості моделі – «відповідати цілям підприємства ..., володіти певними атрибутами, які можуть бути об'єктивно оцінені і в будь-який момент часу перевірені ...», «...забезпечувати довгостроковий прогноз результатів та можливість постійного вдосконалення» та «... повинна бути ефективною, системною, динамічною, керованою і математично стійкою та забезпечувати найважливіші показники розвитку підприємства». Всі наведені характеристики моделей хоча і розкривають теоретично їх сутність, але не наводять шляхів досягнення конкретних результатів.

Багато авторів звужують процес моделювання до використання виробничих функцій [5, с. 64; 6, с. 637]. Л.А. Білий не тільки наводить історичний екскурс виникнення і застосування класичних виробничих функцій, але ставить за мету «розширення можливості застосування виробничих функцій із взаємозмінними ресурсами шляхом використання математичного взаємозв'язку між середніми і граничними ефективностями ресурсів». Так Р.О. Циганчук [7, с. 163] виділяє два класи таких моделей. Перший - рівноваги в економічних системах (Ерроу-Дебре, «витрати-випуск» Леонтьєва), які «допомагають дослідити стани економічних систем, в яких рівновіддача зовнішніх сил дорівнює нулю». Другий – економічного зростання (Харрода-Домарака, Солоу, магістрального типу), основою дослідження яких є «аналіз і відшукування траєкторій стаціонарного росту», що також є «одночасно базою для аналізу більш складних типів росту і сполучною ланкою з моделями економічної рівноваги». Математичною основою таких досліджень автор вважає апроксимацію диференціальних рівнянь, на базі яких знаходять розв'язок кінцево-різницевого рівнянь [8, с. 166].

Погожих М.І. та Софронова М.С. [9, с. 122] пропонують пов'язати методи математичного моделювання з геометричними задачами у багатовимірному просторі, до яких вони відносять «метод щільної упаковки куль у 8- і 24-вимірних просторах ..., методи розміщення  $n$ -вимірних

опуклих об'єктів ...» з використанням відомих методів оптимізації (графічний, симплекс-метод, метод гілок тощо. Як приклад розглядають «виробничу програму оптимальної послідовності виконання робіт на підприємстві за умови обмеженості наявних на підприємстві ресурсів та з метою мінімізації часу завершення програми».

Автори [10, с. 126] акцентують увагу на моделях процесу сталого економічного розвитку, аналізують існуючі підходи і звертають увагу на недоліки існуючих моделей, які «обмежуються логіко-аналітичними моделями ..., базуються на аналізі уже існуючих моделей і містять їх певні уточнення і модифікації». Недоліком автори вважають виведення важливої екологічної складової з системи обмежень, а «у якості цільової функції розглядається максимізація економічних параметрів». Позитивним є те, що автори пропонують як приклад, повну з математичної точки зору, економіко-математичну модель, в якій за цільову функцію приймається «критерій соціально-економічної дії», а в «ролі інвестиційного обмеження моделі ... виступає заданий приріст ВВП». Методом реалізації даної економіко-математичної моделі «сталого розвитку соціально-економічної системи» обрано класичний метод оптимізації функцій багатьох змінних – метод множників Лагранжа.

Ряд авторів [11, с. 21] пропонують більшу увагу при моделюванні економічних процесів приділяти динамічному програмуванню і зазначають, що «специфікою задач динамічного програмування є можливість враховувати фактор часу, що передбачає зміну оптимального плану на різних етапах його реалізації». Вони наводять приклади типів задач економічного змісту, що вирішуються даним методом, а саме: вибір оптимального методу амортизації екскаваторного парку гірничо-збагачувального комбінату; встановлення оптимальної структури інвестиційних вкладень у його розвиток; визначення оптимальної структури заохочувального фонду працівників цеху технологічного автотранспорту. Зазначені задачі було рекомендовано до використання у магістерських кваліфікаційних роботах.

**Постановка задачі.** Важливе значення у освітній підготовці здобувачів з економіки при вивченні дисциплін математичного спрямування займає економіко-математичне моделювання, яка передбачає всі етапи розробки, реалізації і верифікації моделей. При цьому необхідно значну увагу приділяти не тільки до засвоєння методів математичного програмування, але й до універсальних класичних оптимізаційних методів, які ґрунтуються на дослідженнях функції однієї і багатьох змінних на глобальний екстремум. Це дозволить здобувачеві адекватно ставити професійні завдання та швидше орієнтуватися у виборі і застосуванні інструментарію їх вирішення.

**Викладання матеріалу та результати.** Після проведення аналізу діяльності досліджуваного суб'єкту господарювання, на основі якого визначено його сильні та слабкі сторони, можна сформулювати задачу з визначення факторів впливу на кінцеві результати його господарювання в залежності від мети дослідження і покращення його економічного стану. Після формалізації поставленої задачі на основі стохастичного факторного аналізу, вибору критерію оцінки і керованих змінних, складається економіко-математична модель у загальному вигляді, яку необхідно адаптувати до умов роботи даного суб'єкту господарювання за допомогою встановлених кореляційних залежностей, аргументами яких є керовані змінні.

В залежності від кількості змінних в емпіричній функції однієї і багатьох змінних та тісноти зв'язку між показниками (коефіцієнти кореляції і детермінації, кореляційне відношення), будують парні або багатофакторні кореляційні залежності, використовуючи метод найменших квадратів, алгоритм якого використовується у прикладних програмах (Microsoft Office Excel, Formula Simply, Statistics тощо). Основні характеристики та системи, побудовані на основі цього методу, для знаходження їх параметрів для лінійних кореляційних залежностей наведено у табл. 1.

Побудова лінійних залежностей є достатньо простою, незначні ускладнення виникають лише при розв'язанні систем для знаходження параметрів кореляційної залежності. Оскільки кількість рівнянь у системі відповідає кількості шуканих параметрів та із зростанням кількості змінних кількість лінійних алгебраїчних рівнянь також зростає. Наприклад, для функції чотирьох змінних кількість рівнянь у системі буде вже п'ять. При моделюванні економічних процесів лінійні залежності зустрічаються не часто, прикладом застосування яких є задачі на використання ресурсів підприємства.

Таблиця 1

## Основні характеристики лінійних кореляційних залежностей

| Кількість змінних | Аналітичний вигляд залежності                                                                           | Система для визначення параметрів залежності                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|-------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| одна              | $y = a_0 + a_1 \cdot x$ ,<br>де $a_0, a_1$ - шукані параметри                                           | $\begin{cases} a_1 \cdot \sum x_i^2 + a_0 \cdot \sum x_i = \sum x_i \cdot y_i; \\ a_1 \cdot \sum x_i + a_0 \cdot n = \sum y_i. \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| дві               | $Y = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2$ ,<br>де $a_0, a_1, a_2$ - шукані параметри                    | $\begin{cases} n \cdot a_0 + a_1 \cdot \sum x_1 + a_2 \cdot \sum x_2 = \sum y, \\ a_0 \cdot \sum x_1 + a_1 \cdot \sum x_1^2 + a_2 \cdot \sum x_1 x_2 = \sum x_1 y, \\ a_0 \cdot \sum x_2 + a_1 \cdot \sum x_1 x_2 + a_2 \cdot \sum x_2^2 = \sum x_2 y, \end{cases}$                                                                                                                                                                                     |
| три               | $Y = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + a_3 \cdot x_3$<br>де $a_0, a_1, a_2, a_3$ - шукані параметри | $\begin{cases} n \cdot a_0 + a_1 \cdot \sum x_1 + a_2 \cdot \sum x_2 + a_3 \cdot \sum x_3 = \sum y; \\ a_0 \cdot \sum x_1 + a_1 \cdot \sum x_1^2 + a_2 \cdot \sum x_1 x_2 + a_3 \cdot \sum x_1 x_3 = \sum x_1 y; \\ a_0 \cdot \sum x_2 + a_1 \cdot \sum x_1 x_2 + a_2 \cdot \sum x_2^2 + a_3 \cdot \sum x_2 x_3 = \sum x_2 y; \\ a_0 \cdot \sum x_3 + a_1 \cdot \sum x_1 x_3 + a_2 \cdot \sum x_2 x_3 + a_3 \cdot \sum x_3^2 = \sum x_3 y. \end{cases}$ |

Зазвичай, більша тіснота зв'язку виникає між показниками у нелінійних залежностях. Найкращою для моделювання є квадратична залежність, тому що вона включає як проміжки зростання й спадання, так і точки екстремуму, що створює більші можливості для аналізу економічного процесу, який досліджується. Але при зростанні кількості змінних, кількість шуканих параметрів при цьому різко зростає і розрахункові системи стають громіздкими, хоча і вміщують лінійні алгебраїчні рівняння. У табл. 2 представлено аналогічні до табл. 1 характеристики для побудови квадратичних кореляційних рівнянь для функцій однієї і двох змінних.

Таблиця 2

## Основні характеристики квадратичних кореляційних залежностей

| Кількість змінних | Аналітичний вигляд залежності                                                                                                                                          | Система для визначення параметрів залежності                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| одна              | $y = ax^2 + bx + c$ ,<br>де $a, b, c$ - шукані параметри                                                                                                               | $\begin{cases} a \sum_{i=1}^n x_i^4 + b \sum_{i=1}^n x_i^3 + c \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i, \\ a \sum_{i=1}^n x_i^3 + b \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i, \\ a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i + c \cdot n = \sum_{i=1}^n y_i \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| дві               | $Y = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + a_3 \cdot x_1 \cdot x_2 +$<br>$+ a_4 \cdot x_1^2 + a_5 \cdot x_2^2$<br>де $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ - шукані параметри | $\begin{cases} n \cdot a_0 + a_1 \cdot \sum x_1 + a_2 \cdot \sum x_2 + a_3 \cdot \sum x_1 x_2 + \\ + a_4 \cdot \sum x_1^2 + a_5 \cdot \sum x_2^2 = \sum y; \\ a_0 \cdot \sum x_1 + a_1 \cdot \sum x_1^2 + a_2 \cdot \sum x_1 x_2 + a_3 \cdot \sum x_1^2 x_2 + \\ + a_4 \cdot \sum x_1^3 + a_5 \cdot \sum x_1 x_2^2 = \sum x_1 y; \\ a_0 \cdot \sum x_2 + a_1 \cdot \sum x_1 x_2 + a_2 \cdot \sum x_2^2 + a_3 \cdot \sum x_1 x_2^2 + \\ + a_4 \cdot \sum x_1^2 x_2 + a_5 \cdot \sum x_2^3 = \sum x_2 y; \\ a_0 \cdot \sum x_1 x_2 + a_1 \cdot \sum x_1^2 x_2 + a_2 \cdot \sum x_1 x_2^2 + a_3 \cdot \sum x_1^2 x_2^2 + \\ + a_4 \cdot \sum x_1^3 x_2 + a_5 \cdot \sum x_1 x_2^3 = \sum x_1 x_2 y; \\ a_0 \cdot \sum x_1^2 + a_1 \cdot \sum x_1^3 + a_2 \cdot \sum x_1^2 x_2 + a_3 \cdot \sum x_1^3 x_2 + \\ + a_4 \cdot \sum x_1^4 + a_5 \cdot \sum x_1^2 x_2^2 = \sum x_1^2 y; \\ a_0 \cdot \sum x_2^2 + a_1 \cdot \sum x_1 x_2^2 + a_2 \cdot \sum x_2^3 + a_3 \cdot \sum x_1 x_2^3 + \\ + a_4 \cdot \sum x_1^2 x_2^2 + a_5 \cdot \sum x_2^4 = \sum x_2^2 y \end{cases}$ |

Якщо кореляційна залежність має три змінні, то вона включає вже десять шуканих параметрів, для знаходження яких необхідно знайти розв'язок системи з десяти лінійних алгебраїчних рівнянь і яку аналітично можна представити у вигляді

$$Y = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + a_3 \cdot x_3 + a_4 \cdot x_1 x_2 + a_5 \cdot x_1 x_3 + a_6 \cdot x_2 x_3 + a_7 \cdot x_1^2 + a_8 \cdot x_2^2 + a_9 \cdot x_3^2,$$

де  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9$  - шукані параметри.

Навіть при використанні прикладних програм, як правило, необхідно задавати опорний розв'язок. З наведених прикладів апроксимації можна зробити висновок, що на початковому етапі адаптації економіко-математичної моделі до умов функціонування підприємства, здобувач повинен усвідомлювати, що при значній кількості впливових факторів доцільно обирати лінійні кореляційні залежності з високою величиною тісноти зв'язку. Якщо тіснота зв'язку незначна, тоді її можливо підсилити шляхом побудови нелінійних кореляційних залежностей, найбільш рекомендованою з яких є квадратична, але кількість впливових факторів при цьому випадку рекомендовано не більше двох.

Незалежно від виду економіко-математичної моделі, існує універсальний метод її реалізації, який ґрунтується на знаходженні глобального екстремуму функції однієї або багатьох змінних, який відноситься до класичних методів оптимізації [12, с. 157]. У загальному вигляді його можна навести наступним чином.

*Функція однієї змінної:* знайти найбільше і найменше значення функції  $y = f(x)$  на заданому відрізку  $[a; b]$ .

Алгоритм дослідження:

знаходять критичні точки функції, які визначаються за необхідною умовою екстремуму функції  $y' = 0$ ;

знаходять значення функції у критичних точках, які належать заданому відрізку в межах області визначення функції та на кінцях відрізка;

відбирають найбільше та найменше значення функції.

*Функція двох змінних:* знайти найбільше і найменше значення функції  $z = f(x; y)$  за заданою областю  $D$ . Необхідно зауважити, що область  $D$  є частиною двовимірного простору і її достатньо просто побудувати.

Алгоритм дослідження вже більш складний і складається з чотирьох кроків:

знаходять значення функції у критичних точках функції, які визначаються за необхідною умовою екстремуму функції ( $z'_x = 0$ ;  $z'_y = 0$ ) і належать області  $D$ ;

знаходять значення функції у критичних точках на границях області  $D$  у рамках її меж;

знаходять значення функції у вершинах області  $D$ ;

відбирають найбільше та найменше із знайдених значень функції.

*Функція трьох змінних:* знайти найбільше і найменше значення функції  $u = f(x; y; z)$  за заданою областю  $V$ . Областю  $V$  є частина трьохвимірного простору і графічно являє собою об'ємне тіло, обмежене площинами та поверхнями, яке графічно представити досить складно, що утруднює перевірку належності критичних точок цієї області.

Зрозуміло, що алгоритм дослідження буде ще більш складним:

визначають значення функції у критичних точках функції ( $u'_x = 0$ ;  $u'_y = 0$ ;  $u'_z = 0$ ), що належать області  $V$ ;

визначають значення функції у критичних точках на поверхнях (гранях), що обмежують область  $V$ ;

визначають значення функції у критичних точках на лініях (ребрах) перетину поверхонь;

визначають значення функції у вершинах області  $V$ ;

відбирають найбільше та найменше значення функції.

Оскільки застосування алгоритму дослідження на глобальний екстремум для кількості керованих змінних більше двох є проблемним і вимагає часу, то кількість змінних рекомендовано використовувати не більше двох.

Прикладом застосування наведеного класичного методу оптимізації є наступна виробнича задача.

*Економіко-математичне моделювання оптимального використання трудового потенціалу.*

Цільову функцію у загальному вигляді можна представити, як

$$B_{\text{гпрПП}} = f(\text{СЗП; ПП}) \rightarrow \min, \quad (1)$$

де  $B_{1грнТП}$  - витрати на 1 грн товарної продукції;  $СЗП$  - середньомісячна заробітна плата;  $ПП$  - продуктивність праці.

Обмеження, що накладаються на цільову функцію (1).

За можливостями збутової діяльності

$$ТП = \varphi(СЗП; ПП) \leq ТП_{\max}, \quad (2)$$

де  $ТП, ТП_{\max}$  - відповідно реалізований та максимально можливий обсяги реалізації товарної продукції.

За базовою величиною продуктивності праці

$$ПП \geq ПП_{БАЗ}, \quad (3)$$

де  $ПП_{БАЗ}$  - базове значення продуктивності праці.

За максимально можливою величиною середньомісячної заробітної плати

$$СЗП \geq СЗП_{\max}, \quad (4)$$

де  $СЗП_{\max}$  - максимальна середньомісячна заробітна плата працівника.

Адаптуємо дану економіко-математичну модель до умов роботи підприємства з підземного видобутку залізної руди АТ «Кривбасзалізрудком». На основі статистичних даних роботи зазначеного підприємства знаходять кореляційні залежності згідно формул (1) і (2).

Кореляційна залежність між витратами на 1 грн товарної продукції та середньомісячною заробітною платою працівників і їх продуктивністю праці має вигляд

$$B_{1грнТП} = 336,82737 - 30,063638 \cdot СЗП - 14,560403 \cdot ПП + 25,8634423 \cdot СЗП \cdot ПП + 0,34574021 \cdot СЗП^2 - 317,274691 \cdot ПП^2. \quad (5)$$

Кореляційне відношення, яке вказує на тісноту зв'язку для криволінійних залежностей приймає значення

$$\eta = \sqrt{\frac{\sigma_y^2 - \sigma_{y_x}^2}{\sigma_y^2}} = \sqrt{\frac{60,0304 - 0,000000535}{60,0304}} = 0,99999995.$$

Кореляційна залежність між обсягами реалізованої товарної продукції та середньомісячною заробітною платою працівників і їх продуктивністю праці буде мати вигляд

$$ТП = -7165,728832 + 208,0978455 \cdot СЗП + 12956,15924 \cdot ПП. \quad (6)$$

З урахуванням залежностей (5) і (6), економіко-математична модель (1-4) набуде вигляду

Цільова функція

$$B_{1грнТП} = 336,82737 - 30,063638 \cdot СЗП - 14,560403 \cdot ПП + 25,8634423 \cdot СЗП \cdot ПП + 0,34574021 \cdot СЗП^2 - 317,274691 \cdot ПП^2. \rightarrow \min$$

Система обмежень

$$\begin{cases} -7165,728832 + 208,0978455 \cdot СЗП + 12956,15924 \cdot ПП \leq 7118; \\ СЗП \geq 17,817; \\ ПП \geq 0,7635; \\ СЗП \geq 0; \\ ПП \geq 0. \end{cases}$$

У даній економіко-математичній моделі цільова функція є нелінійною, а система обмежень складається з лінійних залежностей. Знайдемо оптимальні значення керованих змінних за наведеним вище алгоритмом. Для спрощення введемо позначення  $x_1 = СЗП$ ;  $x_2 = ПП$ .

Область можливих значень  $D$  можна представити як частину площини, що обмежена границями за заданою системою рівнянь

$$D: \begin{cases} 208,098 \cdot x_1 + 12956,159 \cdot x_2 = 14283,729; \\ x_1 = 17,817; \\ x_2 = 0,7635 \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases},$$

з вершинами  $M_1(17,817; 0,7635)$ ,  $M_2(17,817; 0,816)$ ,  $M_3(21,104; 0,7635)$ .

Критичні точки цільової функції (5) знаходимо з системи рівнянь

$$\begin{cases} \frac{\partial y}{\partial x_1} = -30,064 + 25,863 \cdot x_2 + 0,691 \cdot x_1 = 0; \\ \frac{\partial y}{\partial x_2} = -14,560 + 25,863 \cdot x_1 - 634,549 \cdot x_2 = 0, \end{cases}$$

в результаті чого знаходимо точку  $M_4(17,567; 0,693)$ , яка не належить області  $D$ .

Проведемо дослідження на наявність критичних точок на границях області  $D$ .

На границі  $208098 \cdot x_1 + 12956159 \cdot x_2 = 14283729$  існує критична точка, яку знаходимо через заміну  $x_1 = 68,639 - 62,2599 \cdot x_2$ . Одержуємо значення цільової функції на цій границі  $y = -587,339 \cdot x_2^2 + 677,428 \cdot x_2 - 97,821$  і критичну точку  $M_5(32,715; 0,577)$ , яка не належить області  $D$ .

На границі  $x_1 = 17,817$  одержуємо значення цільової функції  $y = -317,275 \cdot x_2^2 + 446,249 \cdot x_2 - 89,063$  та критичну точку  $M_6(17,817; 0,703)$ , що також не належить області  $D$ .

На границя  $x_2 = 0,7635$  одержуємо  $y = 0,346 \cdot x_1^2 - 10,317 \cdot x_1 + 140,761$  і критичну точку  $M_7(14,909; 0,7635)$ , що також не належить області  $D$ .

Знайдемо значення витрат на 1 грн товарної продукції у критичних точках, а результати розрахунків наведено у табл. 3.

Як видно з розрахунків, наведених даних у табл. 3, мінімальне значення витрат на 1 грн товарної продукції відповідає значенню середньомісячної заробітної плати 17817 грн і продуктивності праці 816 тис. грн на особу. Рекомендаціями для АТ «Кривбасзалізрудком» є додержання існуючого рівня середньомісячної заробітної плати, а продуктивність праці збільшити на 6,43%, що приведе до зменшення на 4,32% витрат на 1 грн товарної продукції.

**Висновки та напрямки подальших досліджень.** Аналіз напрацювань з питань моделювання показує, що здебільшого вони носять теоретичний характер і стосуються змісту та трактування таких понять, як «модель», «економіко-математична модель», «етапи моделювання», «характеристики моделей» тощо. Частина з них ототожнює моделі з виробничими функціями та кореляційними залежностями і не наводять, як правило, конкретні приклади оптимізації економіко-математичних моделей не тільки методами математичного програмування, але й класичними методами вищої математики. Дана стаття має науково-дослідний та навчально-методичний характер й дозволяє поширити існуючий інструментарій для знаходження рішення актуальних економічних задач реального виробництва. Розглянуті у статті підходи є універсальними і ґрунтуються на власному досвіді авторів, що допоможе здобувачам вищої освіти вирішувати не тільки задачі в економічній сфері, алей в інших галузях, і є предметом подальшого дослідження.

### Список літератури

1. Івашук О.Т. Економіко-математичне моделювання: навчальний посібник. Тернопіль: ТНЕУ «Економічна думка», 2008. 704 с.
2. Бугір М.К. Математика для економістів: посібник. Київ: Видавничий центр «Академія», 2003. 520 с.

Таблиця 3

Значення функції у критичних точках

| СЗП,<br>тис. грн | ПП,<br>млн. грн/особу | $B_{1,2 \text{ грнПП} \cdot \text{коп.}}$ | Область<br>$D$ | Екстремум |
|------------------|-----------------------|-------------------------------------------|----------------|-----------|
| 17,817           | 0,7635                | 66,698                                    | $\in D$        |           |
| 17,817           | 0,816                 | 63,817                                    | $\in D$        | min       |
| 21,104           | 0,7635                | 77,018                                    | $\in D$        |           |
| 17,567           | 0,693                 | 67,793                                    | $\notin D$     |           |
| 32,715           | 0,577                 | 97,513                                    | $\notin D$     |           |
| 17,817           | 0,703                 | 67,850                                    | $\notin D$     |           |
| 14,909           | 0,7635                | 63,797                                    | $\notin D$     |           |

3. Якименко-Терещенко Н.В., Климович І.М. Моделювання оптимізації прибутку підприємства. *Ефективна економіка*. 2018. №4. С. 1-5.
4. Бондар О.А. Специфіка моделювання економічних процесів. *Економіка та держава*. 2013. №5. С. 67-69.
5. Базась М.Ф., Старовойт В.А., Скорина В.Є. Моделювання економічних процесів та прийняття управлінських рішень. *Проблеми теорії та методології бухгалтерського обліку, контролю і аналізу*. 2006. Вип. 3(6). С. 33-39.
6. Капустян В.О., Мажара Г.А., Фартушний І.Д. Моделювання економіки: підручник. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 265 с.
7. Білий Л.А. Моделювання економічних процесів виробничими функціями. *Соціально-економічні проблеми сучасного періоду України. Проблеми інтеграції України у світовий фінансовий простір*. 2014. Вип.. 1(105). С. 637-641.
8. Циганчук Р.О. Моделювання періодичних економічних процесів, дискретних у часі. *Бізнес-навігатор*. Вип. 4-2 (43). С. 162-166.
9. Погожих М.І., Софронова М.С. Математичне моделювання задач оптимізації в економіці. *Економічна стратегія і перспективи розвитку сфери торгівлі та послуг*. 2017.. 1(25). С. 121-131.
10. Лебедєва В.К., Савчук Л.М., Ковальчук Г.К., Савчук Р.В. Економіко-математичне моделювання процесів сталого економічного розвитку. *Економічний вісник*. 2020. №3. С. 126-133.
11. Ковальчук В.А., Ковальчук Т.М. Застосування задач динамічного програмування при виконанні магістерських кваліфікаційних робіт з економіки. *Вісник Криворізького національного університету*. 2023. Вип. 55. С. 21-27.
12. Барковський В.В., Барковська Н.В. Вища математика для економістів. Київ: ЦУЛ, 2002. 400 с.

Рукопис подано до редакції 06.02.24

UDC 004.77

V.S. MORKUN, Doctor of technical sciences, Professor, Kryvyi Rih National University  
S.M. HRYSHCHENKO, PhD, Senior researcher in the specialty Automation and computer-integrated technologies, State Tax University, Irpin  
Y.O. HRYSHCHENKO, postgraduate student of the Faculty of Information Technologies and Electronics, Volodymyr Dahl East Ukrainian National University, Kyiv  
V.O. NIZHEHORODTSEV, PhD, Senior researcher in the specialty Automation and computer-integrated technologies, State Tax University, Irpin  
D. E. TANANAIEV, fourth-year student of the faculty of electric power engineering and automatics, Department of automation of electromechanical systems and electrical drives, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv

## INVESTIGATION OF A MICROCONTROLLER CONTROL UNIT AT A BENEFICIATION PLANT WITH FINE SCREENING TECHNOLOGY

**Purpose.** Modern solutions in the field of automation, robotics, and electric drive cannot be imagined without the use of microprocessor-based tools and systems. Fast development of electronics is dramatically changing our lives. Microprocessors, microprocessor- and microcontroller-based devices are currently the most widespread means of computing, communication and electrical devices. The aim of the work is to study the features of a microcontroller-based control unit for an electromechanical system employing the fine screening technology for a beneficiation plant.

**Research methods.** The investigation consists of two stages. In the first stage, the software components developed for microcontroller-based control are described. In the second stage, the structural diagram of the microcontroller system that demonstrates the main components of the microcontroller is developed and described, as well as the choice of circuit solutions is substantiated.

**Scientific novelty** consists in the study of mechanisms of electromagnetic-acoustic transformation for formation of ultrasonic elastic waves.

**Practical significance.** The principle of operation of the NUC140VE3CN microprocessor is considered in detail. A microprocessor control system is implemented, designed, and debugged. The introduction of microcontrollers is one of the ways to develop iron ore crushing and concentrating schemes at beneficiation plants using the fine screening, technology which allows improving the quality of concentrates. Microcontrollers play a key role in future development of automated systems, ensuring their efficiency, flexibility and low implementation costs.

**Results.** The developed NUC40VE3CN-based block diagram gives an idea of the entire system, its individual elements and their interconnections. These components are described and commented on for a better understanding of their application.

**Key words:** microcontroller, investigation, information, automation, control systems, fine screening.

doi: 10.31721/2306-5451-2024-1-58-22-30